

re de a equação (2) e substituído na equação da forma

$$y = e^{px} \quad (5)$$

$$y' = p e^{px} \quad \text{e} \quad y'' = p^2 e^{px} \quad (6),$$

obtemos

$$p^2 + ap + b = 0, \quad (7)$$

logo é

$$p = -\frac{a}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{a^2 - 4b}, \quad \begin{cases} p_1 = -\frac{a}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{a^2 - 4b} \\ p_2 = -\frac{a}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{a^2 - 4b} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{opções} \\ p_1 \neq p_2 \end{matrix}$$

isto, temos

$$| y = c_1 e^{p_1 x} + c_2 e^{p_2 x} |^{(10)}$$

$p_1 \neq p_2$

Observe que $p_1 \neq p_2$ no C.V., pois

$$\begin{vmatrix} p_1 & p_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix} \neq 0.$$

Se aceitarmos $p_1 = p_2 = p$, então deve ser verificada a hipótese de que e^{px} e $x \cdot e^{px}$ são linearmente independentes. Portanto

$$| y = c_1 e^{px} + c_2 \cdot x \cdot e^{px} |^{(11)} \quad p_1 = p_2 = p.$$

Exemplos

ex a equação $y'' - 2y' - 3y = 0 \Rightarrow y = e^{px} \therefore p_1 = 3 \text{ e } p_2 = -1.$

Resp: A solução geral é dada por $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-x}$

ex a equação $y'' + 4y' + 4y = 0 \Rightarrow y = e^{px} \therefore p_1 = p_2 = p = -2.$

Resp: A solução geral é dada por $y = c_1 e^{-2x} + c_2 \cdot x \cdot e^{-2x}$